$4^{\text{éme}}$ Tec + sci

SERIE

EXERCICE N°1 :

Soient $\vec{u},\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs tels que : $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix},\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\v'\\c'\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}a''\\b''\\c''\end{pmatrix}$

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires : $\begin{vmatrix}a & a'\\b & b'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & a'\\c & c'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}b & b'\\c & c'\end{vmatrix}=0$
- $\vec{u},\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires : dét($\vec{u},\vec{v},\vec{w}$) = $\begin{vmatrix}a & a' & a''\\b & b' & b''\\c & c' & c''\end{vmatrix}=0$

$$\begin{vmatrix}a & a' & a''\\b & b' & b''\\c & c' & c''\end{vmatrix}=a\begin{vmatrix}b' & b''\\c' & c''\end{vmatrix}-b\begin{vmatrix}a' & a''\\c' & c''\end{vmatrix}+c\begin{vmatrix}a' & a''\\b' & b''\end{vmatrix}$$

Application :

Soient les points :A(0,-1,1) ; B(-1,0,2) ; C(0,1,0) et D(1,2,-2)

1/ A, B et C sont-ils alignés ?

2/ A, B, C et D sont-ils coplanaires ?

EXERCICE N°2 :

I) a- Donner une représentation paramétrique d'une droite Δ passant par A(4,1,-3) et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\6\\5\end{pmatrix}$

b- Déterminer la représentation cartésienne de Δ .

II) Soient les points A(1,0,2) ; B(3,4,-1)

a- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).

b- Soit P : x + y + z – 1 = 0, déterminer (AB) $\cap$ P.

III) Soit $\Delta : \begin{cases}x-y-2z-4=0\\4x-y+z-7=0\end{cases}$ déterminer la représentation paramétrique de Δ.

IV) Soit la droite $\Delta : \begin{cases}x=1+3\alpha\\y=-2-5\alpha\\z=-1+\alpha\end{cases}$ déterminer une représentation paramétrique de Δ' passant par A(3,-2,1) et parallèle à Δ .

V) Soit $\Delta : \begin{cases}x=-1+3\alpha\\y=1-\alpha\\z=2+\alpha\end{cases}$; $\Delta' : \begin{cases}x=1-2\beta\\y=2-\beta\\z=2\beta\end{cases}$; $\Delta'' : \begin{cases}x=1-\lambda\\y=-3-3\lambda\\z=\lambda\end{cases}$

Déterminer $\Delta \cap \Delta'$ et $\Delta \cap \Delta''$.

EXERCICE N°3 :

I) Soient les points A(2,3,1) ; B(1,0,2) et C(1,1,3).

a- Montrer que les points A, B et C déterminent un plan.

b- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

II) Soit P : 2x – 3y + 5z – 8 = 0

a- Montrer que : $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$ sont deux vecteurs directeurs de P.

b- Déterminer une représentation paramétrique de P.

EXERCICE N°4 :

Soient P : ax + by + cz + d = 0 et P' : a'x + b'y + c'z + d' = 0

- Si a'.b'.c' ≠ 0 : $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ alors P // P'.
- Si a'.b'.c'.d' ≠ 0 : $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{d}{d'}$ alors P = P'

I) Soient P : 2x + y – z + 2 = 0 et P' : 3x + y – 4z – 1 = 0

a- Montrer que P et P' sont sécants.

b- Déterminer la droite de leur intersection.

II) Soient P : x – y + 2z – 3 = 0 et P' : $\begin{cases}x=1+\alpha+3\beta\\ y=-1-2\alpha-5\beta\\ z=-1-\beta\end{cases}$

a- Montrer que P et P' sont sécants.

b- Déterminer un point et un vecteur de leur droite d'intersection.

III) Soit P un plan passant par A(1,0,-2) ; B(1,-3,0) et parallèle à

D : $\begin{cases}x=1-\alpha\\ y=1+\alpha\\ z=2+2\alpha\end{cases}$ déterminer une équation cartésienne du plan P.

EXERCICE N°5 :

Soit D = D(A, $\vec{u}$) et un plan P.

- D // P ⇔ $\vec{u}$ est un vecteur directeur de P .
- D et P sont sécantes ⇔ $\vec{u}$ n'est pas un vecteur directeur de P .

D : $\begin{cases}x=2-4t\\ y=-1+2t\\ z=3t\end{cases}$ et P : 3x + 2y + z + 1 = 0

a- Montrer que D et P sont sécants.

b- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

c- Montrer que D est strictement parallèle au plan Q : x + 2y + 1 = 0.